SUPAPRASTINTAS METODAS STRYPINIŲ STAČIAKAMPIO SKERSPJŪVIO ELEMENTŲ ĮTEMPIŲ-DEFORMACIJŲ BŪVIO PARAMATRAMS STATMENUOSE PJŪVIUOSE TIESIOGIAI APSKAIČIUOTI

Ipolitas Židonis
Šiaulių universitetas

Anotacija
Straipsnyje pateikiamas supaprastintas metodas strypinių stačiakampio skerspjūvio elementų be plyšių įtempių-deformacijų būvio parametrams statmenuose (normaliniuose) pjūviuose *tiesiogiai* (be artėjimo ciklų) apskaičiuoti. Įtempių diagramos aprašomos kreivinėmis trečiojo laipsnio lygtimis. *Tiesiogiai* galima skaičiuoti tuo atveju, kai iš anksto žinoma kokio nors medžiagos sluoksnio deformacija, pavyzdžiui, apskaičiuojant plyšimo momentą arba gelžbetoninių elementų su plyšiais tempiamoje zonoje įtempių-deformacijų būvio parametrus pjūviuose tarp plyšių, apskaičiuojant irimo momentą arba armatūros plotą. Nors šiame straipsnyje pateiktos formulės paruoštos elementų be plyšių atvejui, bet, kai tempiamos zonos įtempių nepaisoma, jos tinka ir irimo momentui arba armatūros plotui apskaičiuoti.
PAGRINDINIAI ŽODŽIAI: *tiesioginio skaičiavimo metodas, strypiniai elementai, statmenieji pjūviai, normaliniai pjūviai, stačiakampiai skerspjūviai, deformacijos, įtempiai, įtempių-deformacijų būvis, betonas, gelžbetonis.*

Abstract
The paper presents a simplified method for the *direct* calculation (without successive approximation cycles) of stress-strain state parameters at normal sections of structural members. The stress diagrams are described by curvilinear equations of fifth degree. The *direct* calculation is possible when strain of some layer of the material is known in advance, e.g. when calculating the breaking moment or the area of reinforcement or the stress–strain state parameters at sections between the cracks of reinforced concrete members with cracks in the tensile zone. Even though the formulae presented in this paper have been devised for the case of crack-less members, nevertheless, when the stresses of the tensile zone are disregarded, the formulae are also applicable for the calculation of the breaking moment or the area of the reinforcement.
KEY WORDS*: direct calculation method*, *structural members, normal right-angled sections, strain, stresses, stress-strain state, concrete, reinforced concrete.*

Įvadas

Tęsdamas [1] darbą, kuriame panaudota nuoseklaus artėjimo skaičiavimo metodika, šio straipsnio autorius paruošė strypinių elementų įtempių-deformacijų būvio statmenuose (normaliniuose) pjūviuose *tiesioginio* apskaičiavimo metodiką. *Tiesiogiai* galima skaičiuoti tuo atveju, kai iš anksto žinoma medžiagos deformacijų ε_ε ir $\varepsilon_{0\varepsilon}$ reikšmė (2 pav.) bet kokio sluoksnio, esančio a_ε atstume nuo $w-w$ ašies. Čia $\varepsilon_{0\varepsilon}$ – deformacija, atitinkanti plokščiųjų pjūvių hipotezę. Dažnai laikoma, kad $\varepsilon_\varepsilon = \varepsilon_{0\varepsilon}$. Pavyzdžiui, apskaičiuojant plyšimo momentą arba gelžbetoninių elementų su plyšiais tempiamoje zonoje įtempių-deformacijų būvį pjūviuose tarp plyšių $\varepsilon_\varepsilon = \varepsilon_{ct,\lim}$; apskaičiuojant irimo momentą arba armatūros plotą $\varepsilon_\varepsilon = \varepsilon_y$. Kitais atvejais skaičiuojama artėjimo būdu. Elementai gali būti be plyšių arba su plyšiais tempiamoje zonoje. Tiek tempiamoje, tiek gniuždomoje zonose galima imti įvairias įtempių diagramas: kreivines, trikampes, stačiakampes; tempiamoje zonoje įtempių galima ir nepaisyti. Galima skaičiuoti gelžbetoninius elementus ne tik su armatūra, sukoncentruota tempiamos arba gniuždomos zonos kraštuose, bet ir esančia bet kokioje skerspjūvio aukščio vietoje. Elementas gali būti ir su lentynomis. Pažymėtina, kad lenkimo momentų lygtis parašyta apie bet kokią $a-a$ ašį (1 pav.), esančią a_a atstume nuo $w-w$ ašies.

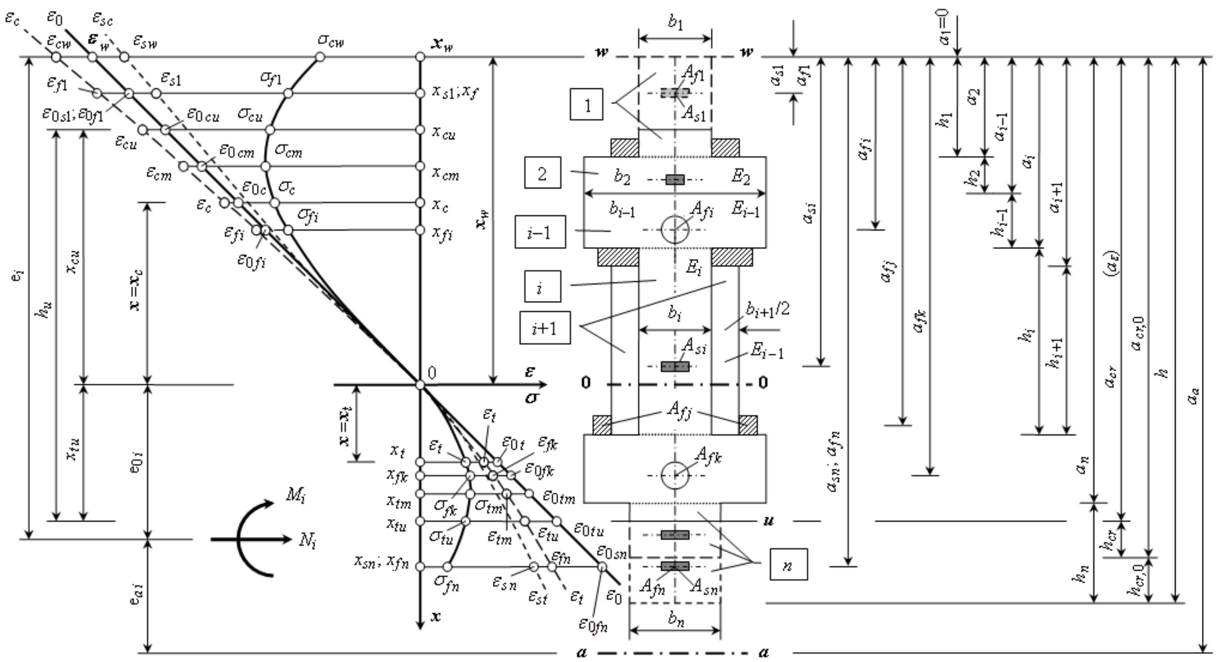
Šiame straipsnyje pateikiama tik dalis medžiagos, paruoštos strypiniams elementams skaičiuoti *tiesiogiai*, t.y. be nuoseklaus artėjimo. Būtent, pateikiamas supaprastintas metodas elementams skaičiuoti, kai imamos ne 5-to laipsnio, kaip [1–3] darbuose, bet paprastesnės – 3-to laipsnio kreivinės įtempių diagramos [4]. Taip supaprastinant skaičiavimą, kai, pavyzdžiui, betono įtempiai neviršija ekstreminių reikšmių, t.y. deformacijos ne didesnės už atitinkančias ekstreminę įtempių reikšmę, 5-to laipsnio įtempių diagramos pakeitimas 3-čio laipsnio diagrama skaičiavimus supaprastina, bet rezultatų praktiškai nepablogina. Pagrindinės medžiagos tempiamos zonos įtempių galima ir nepaisyti, pavyzdžiui, apskaičiuojant irimo momentą, armatūros plotą. Tuomet šio straipsnio formulės tinka įtempių-deformacijų parametrams skaičiuoti ir pjūviuose ties plyšiu. Daugiau jau paruoštos medžiagos numatoma skelbti kituose straipsniuose.

Šio darbo tikslas – [1] straipsnyje pateiktas (29) ir (32) pusiausvyros lygtis (šiame straipsnyje jos numeruojamos (1) ir (2) numeriais), bendruoju atveju skirtas skaičiuoti nuoseklaus artėjimo būdu (iteraciniu metodu), pritaikyti stačiakampio skerspjūvio įvairiu medžiagų, taip pat ir gelžbetonio, elementų be plyšių bei elementų su plyšiais pjūvių tarp plyšių įtempių-deformacijų būvio parametrams skaičiuoti *tiesiogiai*, t.y. be artėjimo ciklų. Kai tempiamos zonos įtempių nepaisoma, šiame straipsnyje pateiktos formulės tinka ir irimo momentui arba armatūros plotui apskaičiuoti.

1. Darbo esmė ir rezultatai

Čia nagrinėjamas stačiakampis skerspjūvis (2 pav.). Jis yra [1] darbo 1 pav. parodyto skerspjūvio atskiras atvejis.

A_{si} žymimi ploteliai bet kokios medžiagos, pvz. gelžbetoninių elementų armatūros. Tos medžiagos tamprumo koeficiento ν_{Si} reikšmė, atitinkanti apskaičiuojamą įtempių-deformacijų būvį, turi būti iš anksto žinoma.



1 pav. Bendriausias skaičiuotinis elemento skerspjūvis ir įtempių-deformacijų diagramos

Bendriausia jėgų projekcijų statinės pusiausvyros lygtis [1, (29)]:

$$\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i(\omega_{i2}-\omega_{i1})x_w^2+\left[2\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i(\omega_{i2}d_{iu}-\omega_{i1}a_{iu})+\Sigma k_{fi}\alpha_{efi}A_{fi}\nu_{fi}+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})+\Sigma N_i}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\right]x_w+$$
$$+\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i(\omega_{i2}d_{iu}^2-\omega_{i1}a_{iu}^2)+\Sigma k_{fi}\alpha_{efi}A_{fi}\nu_{fi}a_{fiu}+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{siu}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})+\Sigma N_i}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=0\,. \qquad (1)$$

Bendriausia momentų apie $a-a$ ašį statinės pusiausvyros lygtis [1, (32)]:

$$\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i[(\omega_{i2}-\omega_{i1})-(\varpi_{i2}-\varpi_{i1})]x_w^3+\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i[(\omega_{i2}-\omega_{i1})a_a+2(\omega_{i2}d_{iu}-\omega_{i1}a_{iu})-3(\varpi_{i2}d_{iu}-\varpi_{i1}a_{iu})]x_w^2+$$
$$+\left\{\begin{aligned}&\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i\left[2(\omega_{i2}d_{iu}-\omega_{i1}a_{iu})a_a+(\omega_{i2}d_{iu}^2-\omega_{i1}a_{iu}^2)-3(\varpi_{i2}d_{iu}^2-\varpi_{i1}a_{iu}^2)\right]+\\&+\Sigma k_{fi}\alpha_{efi}A_{fi}\nu_{fi}(a_a-a_{fiu})+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}(a_a-a_{siu})+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})(a_a-a_{siu})+\Sigma N_i(a_a-e_i)+\Sigma M_i}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\end{aligned}\right\}x_w+$$
$$+\Sigma k_i\alpha_{ei}b_i\left[(\omega_{i2}d_{iu}^2-\omega_{i1}a_{iu}^2)a_a-(\varpi_{i2}d_{iu}^3-\varpi_{i1}a_{iu}^3)\right]+\Sigma k_{fi}\alpha_{efi}A_{fi}\nu_{fi}a_{fiu}(a_a-a_{fiu})+$$

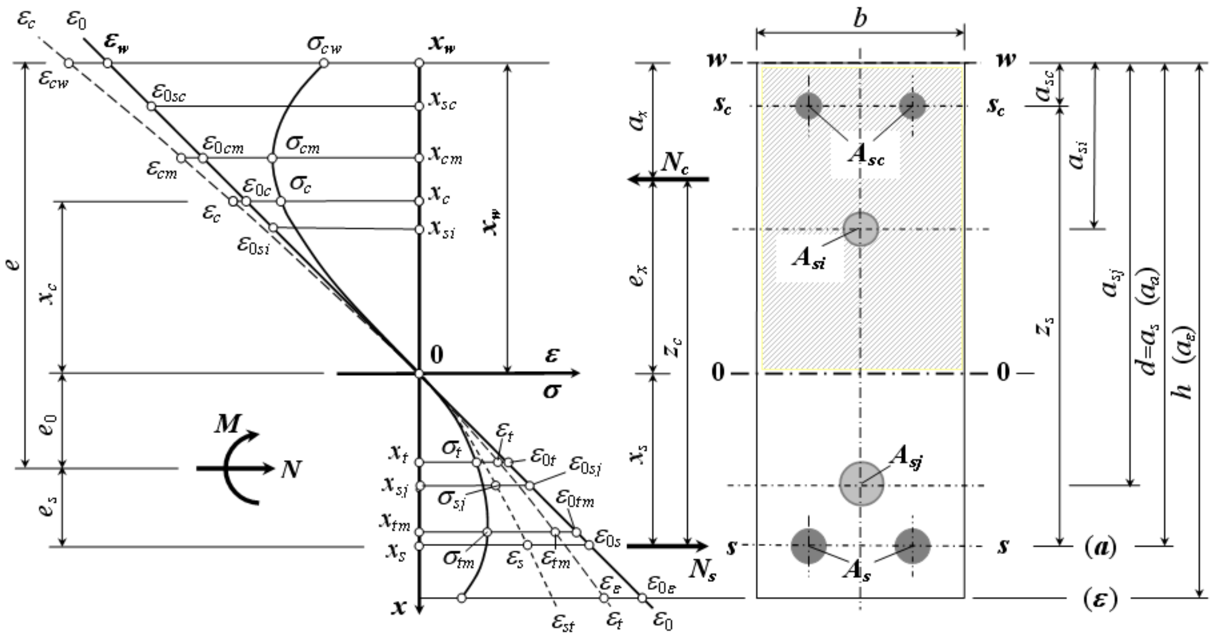
$$+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{siu}\left(a_a-a_{siu}\right)+\frac{\Sigma\left(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi}\right)\left(a_a-a_{siu}\right)+\Sigma N_i\left(a_a-e_i\right)+\Sigma M_i}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=0\,. \tag{2}$$

Šiame straipsnyje neaiškinami žymenys yra tokie, kaip [1] ir [2] straipsniuose. Keičiami tokie žymenys: ω keičiama į ω_n ir ϖ keičiama į ω_m (ω_n priskiriama projekcijų, o ω_m momentų lygtims) ir vietoje indeksų $_1$ rašomi $_c$, vietoje $_2$ – $_t$ (c žymi gniuždymą, t – tempimą).

Nesluoksniuoto stačiakampio skerspjūvio gelžbetoninio elemento atveju (žiūr. 2 pav.), kai $E_i=E,\ \Sigma A_{fi}=0$, $\Sigma N_i=N$, $\Sigma M_i=M$, tai (1) ir (2) lygtys atrodo taip:

$$b\left(k_t\omega_{nt}-k_c\omega_{nc}\right)x_w^2+\left[2b\left(k_t\omega_{nt}d_u-k_c\omega_{nc}a_u\right)+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}+\frac{\Sigma\left(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi}\right)+N}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\right]x_w+$$
$$b\left(k_t\omega_{nt}d_u^2-k_c\omega_{nc}a_u^2\right)+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{siu}+\frac{\Sigma\left(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi}\right)+N}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=0\,; \tag{3}$$

$$b\left[\left(k_t\omega_{nt}-k_c\omega_{nc}\right)-\left(k_t\omega_{mt}-k_c\omega_{mc}\right)\right]x_w^3+b\left[\left(k_t\omega_{nt}-k_c\omega_{nc}\right)a_a+2\left(k_t\omega_{nt}d_u-k_c\omega_{nc}a_u\right)-3\left(k_t\omega_{mt}d_u-k_c\omega_{mc}a_u\right)\right]x_w^2+$$
$$+\left\{\begin{array}{l} b\left[2\left(k_t\omega_{nt}d_u-k_c\omega_{nc}a_u\right)a_a+\left(k_t\omega_{nt}d_u^2-k_c\omega_{nc}a_u^2\right)-3\left(k_t\omega_{mt}d_u^2-k_c\omega_{mc}a_u^2\right)\right]+ \\ +\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}\left(a_a-a_{siu}\right)+\dfrac{\Sigma\left(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi}\right)\left(a_a-a_{siu}\right)+N\left(a_a-e\right)+M}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\end{array}\right\}x_w+$$
$$+b\left[\left(k_t\omega_{nt}d_u^2-k_c\omega_{nc}a_u^2\right)a_a-\left(k_t\omega_{mt}d_u^3-k_c\omega_{mc}a_u^3\right)\right]+\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{siu}\left(a_a-a_{siu}\right)+$$
$$+\frac{\Sigma\left(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi}\right)\left(a_a-a_{siu}\right)+N\left(a_a-e\right)+M}{E\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=0\,. \tag{4}$$



2 pav. Skaičiuotinas stačiakampis elemento skerspjūvis ir įtempių-deformacijų diagramos

Jeigu dar ir $a_u=0$, $d_u=h$, $a_{siu}=a_{si}$ ir lygtys padalintos iš b pločio, bei $\left[\left(k_t\omega_{nt}-k_c\omega_{nc}\right)a_a+k_t\left(2\omega_{nt}-3\omega_{mt}\right)h\right]=k_t\left[\omega_{nt}\left(a_a+2h\right)-3\omega_{mt}h\right]-k_c\omega_{nc}a_a$, tai:

$$(k_t\omega_{nt}-k_c\omega_{nc})x_w^2+\left[2k_t\omega_{nt}h+\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})+N}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\right]x_w+$$
$$+k_t\omega_{nt}h^2+\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{si}}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})+N}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=0\,; \tag{5}$$

$$[k_t(\omega_{nt}-\omega_{mt})-k_c(\omega_{nc}-\omega_{mc})]x_w^3+\{k_t[\omega_{nt}(a_a+2h)-3\omega_{mt}h]-k_c\omega_{nc}a_a\}x_w^2+$$
$$+\left\{k_t[\omega_{nt}(2a_a+h)-3\omega_{mt}h]h+\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}(a_a-a_{si})}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})(a_a-a_{siu})+N(a_a-e)+M}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\right\}x_w+$$
$$+k_t[\omega_{nt}a_a-\omega_{mt}h]h^2+\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{si}(a_a-a_{si})}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})(a_a-a_{siu})+N(a_a-e)+M}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=0\,. \tag{6}$$

Pažymėjus

$$Z_n=\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})+N}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\,, \tag{7}$$

$$Z_{na}=\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{si}}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})+N}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon\,, \tag{8}$$

$$Z_m=\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}(a_a-a_{si})}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})(a_a-a_{siu})+N(a_a-e)+M}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}\,, \tag{9}$$

$$Z_{ma}=\frac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{si}(a_a-a_{si})}{b}+\frac{\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})(a_a-a_{siu})+N(a_a-e)+M}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon\,, \tag{10}$$

iš (5) projekcijų lygties gaunama

$$(k_t\omega_{nt}-k_c\omega_{nc})x_w^2+[2k_t\omega_{nt}h+Z_n]x_w+k_t\omega_{nt}h^2+Z_{na}=0\,, \tag{11}$$

o iš (6) momentų lygties –

$$[k_t(\omega_{nt}-\omega_{mt})-k_c(\omega_{nc}-\omega_{mc})]x_w^3+\{k_t[\omega_{nt}(a_a+2h)-3\omega_{mt}h]-k_c\omega_{nc}a_a\}x_w^2+$$
$$+\{k_t[\omega_{nt}(2a_a+h)-3\omega_{mt}h]h+Z_m\}x_w+k_t[\omega_{nt}a_a-\omega_{mt}h]h^2+Z_{ma}=0\,. \tag{12}$$

Šiame darbe nagrinėjamas atvejis, kai sijos gniuždomos ir tempiamos zonų medžiagos įtempių-deformacijų diagramas (pvz., C08/10…C90/105 stiprio klasių betonui) galima apibrėžti [4] straipsnyje pateikta formule:

$$\sigma_c=E_c\varepsilon_c(1+c_1\eta_c+c_2\eta_c^2)=\nu_cE_c\varepsilon_c=\nu_c\sigma_{ce}\,; \tag{13}$$

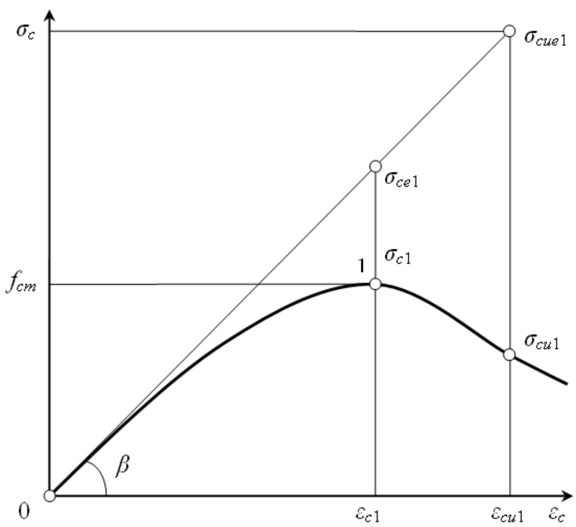
čia

$$\nu_c=1+c_1\eta_c+c_2\eta_c^2\,. \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}c_1&=3\nu_{c1}-2\\ c_2&=1-2\nu_{c1}\end{aligned}\right\}, \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{c1} = f_{cm} \\
&\eta_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \\
&E_c = tan\,\beta \\
&\sigma_{ce1} = E_c \varepsilon_{c1} \\
&\nu_{c1} = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{ce1}}
\end{aligned}\right\}, \tag{16}$$

β kampas bei $_c$ ir $_{ce}$ indeksai parodyti 3 pav.



3 pav. Skaičiuotinė betono įtempių-deformacijų priklausomybė (13 formulė)

Kai (13) formulė taikoma ne tik betonui, bet ir kitokiai gniuždomai arba tempiamai medžiagai, tai $\varepsilon_{c1} = \varepsilon_m$, $\sigma_{c1} = \sigma_m$, $\sigma_{ce1} = \sigma_{em}$, $\nu_{c1} = \nu_m = \sigma_m / \sigma_{em}$ ir pan. Čia, kaip ir [1] straipsnyje, naudojami tokie žymėjimai:

ε_ε – bet kokia deformacija bet kokiame pasiriktame a_ε atstume nuo $w-w$ ašies;

$\varepsilon_{0\varepsilon}$ – tas pats, atitinkanti plokščiųjų pjūvių hipotezę;

ε_{0m} – tai deformacija, atitinkanti ekstreminį σ_m įtempį, kai taikoma plokščiųjų pjūvių hipotezė;

ε_{0cm} – gniuždomos medžiagos ε_{0m};

ε_{0tm} – tempiamos medžiagos ε_{0m};

$$k_\varepsilon = \frac{\varepsilon_\varepsilon}{\varepsilon_{0\varepsilon}}. \tag{17}$$

Gniuždomos zonos parametrai

$$\frac{x_{cm}}{a_\varepsilon + x_w} = \frac{\varepsilon_{0cm}}{\varepsilon_{0\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_{cm} / k_{cm}}{\varepsilon_\varepsilon / k_\varepsilon} = \frac{1}{\eta_{0\varepsilon c}}, \tag{18}$$

$$x_{cm} = \frac{\varepsilon_{0cm}}{\varepsilon_{0\varepsilon}}\left(a_\varepsilon + x_w\right), \tag{19}$$

$$\eta_c = \eta_{cw} = \frac{x_w}{x_{cm}} = \frac{x_w}{\frac{\varepsilon_{0cm}}{\varepsilon_{0\varepsilon}}\left(a_\varepsilon + x_w\right)} = \frac{x_w \frac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0cm}}}{a_\varepsilon + x_w} = \frac{\eta_{0\varepsilon c} x_w}{a_\varepsilon + x_w}, \tag{20}$$

$$\eta_{0\varepsilon c} = \frac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0cm}} = const \,, \tag{21}$$

$$\left.\begin{aligned} \kappa_{c1} &= c_{c1}\eta_{cw} \\ \kappa_{c2} &= c_{c2}\eta_{cw}^2 \end{aligned}\right\}, \tag{22}$$

$$\left.\begin{aligned} u_{c1} &= c_{c1}\eta_{0\varepsilon c} \\ u_{c2} &= c_{c2}\eta_{0\varepsilon c}^2 \end{aligned}\right\}, \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned} n_{c2} &= 6 + 4u_{c1} + 3u_{c2} \\ n_{c1} &= 4(3 + u_{c1})a_\varepsilon \\ n_{c0} &= 6a_\varepsilon^2 \end{aligned}\right\}. \tag{24}$$

Surašius gniuždomos zonos parametrų reikšmes į [2, (20)], kai $c_{c3} = c_{c4} = 0$, gaunama:

$$\omega_{nc} = \frac{1}{2} + \frac{\kappa_{c1}}{3} + \frac{\kappa_{c2}}{4} = \frac{1}{2} + \frac{c_{c1}}{3}\eta_{cw} + \frac{c_{c2}}{4}\eta_{cw}^2 = \frac{1}{2} + \frac{c_{c1}}{3}\frac{\eta_{0\varepsilon c}x_w}{x_w + a_\varepsilon} + \frac{c_{c2}}{4}\left(\frac{\eta_{0\varepsilon c}x_w}{x_w + a_\varepsilon}\right)^2 =$$
$$= \frac{6(x_w + a_\varepsilon)^2 + 4c_{c1}\eta_{0\varepsilon c}x_w(x_w + a_\varepsilon) + 3c_{c2}(\eta_{0\varepsilon c}x_w)^2}{12(x_w + a_\varepsilon)^2} = \frac{6(x_w + a_\varepsilon)^2 + 4u_{c1}x_w(x_w + a_\varepsilon) + 3u_{c2}x_w^2}{12(x_w + a_\varepsilon)^2}\,. \tag{25}$$

Jeigu pažymėsime

$$\left.\begin{aligned} w_x &= x_w + a_\varepsilon \\ w_x^2 &= (x_w + a_\varepsilon)^2 = x_w^2 + 2a_\varepsilon x_w + a_\varepsilon^2 \end{aligned}\right\}, \tag{26}$$

$$v_{2x} = 1/12w_x^2\,, \tag{27}$$

$$u_{2x} = v_{2x}/5 = 1/60w_x^2\,, \tag{28}$$

tai

$$\omega_{nc} = \left[6\left(x_w^2 + 2a_\varepsilon x_w + a_\varepsilon^2\right) + 4u_{c1}x_w(x_w + a_\varepsilon) + 3u_{c2}x_w^2\right]v_{2x} =$$
$$= \left[(6 + 4u_{c1} + 3u_{c2})x_w^2 + 4(3 + u_{c1})a_\varepsilon x_w + 6a_\varepsilon^2\right]v_{2x} = \left(n_{c2}x_w^2 + n_{c1}x_w + n_{c0}\right)v_{2x}\,. \tag{29}$$

Analogiškai iš [2, (21)], gaunama:

$$\omega_{mc} = \frac{1}{3} + \frac{\kappa_{c1}}{4} + \frac{\kappa_{c2}}{5} = \frac{1}{3} + \frac{c_{c1}}{4}\eta_c + \frac{c_{c2}}{5}\eta_c^2 = \frac{1}{3} + \frac{c_{c1}}{4}\frac{\eta_{0\varepsilon c}x_w}{x_w + a_\varepsilon} + \frac{c_{c2}}{5}\left(\frac{\eta_{0\varepsilon c}x_w}{x_w + a_\varepsilon}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{c_{c1}}{4}\frac{\eta_{0\varepsilon c}x_w}{x_w + a_\varepsilon} + \frac{c_{c2}}{5}\frac{(\eta_{0\varepsilon c}x_w)^2}{(x_w + a_\varepsilon)^2} =$$
$$= \frac{20(x_w + a_\varepsilon)^2 + 15c_{c1}\eta_{0\varepsilon c}x_w(x_w + a_\varepsilon) + 12c_{c2}(\eta_{0\varepsilon c}x_w)^2}{60(x_w + a_\varepsilon)^2} = \frac{20(x_w + a_\varepsilon)^2 + 15u_{c1}x_w(x_w + a_\varepsilon) + 12u_{c2}x_w^2}{60(x_w + a_\varepsilon)^2} =$$
$$= \left[20\left(x_w^2 + 2a_\varepsilon x_w + a_\varepsilon^2\right) + 15u_{c1}x_w(x_w + a_\varepsilon) + 12u_{c2}x_w^2\right]u_{2x} =$$
$$= \left[(20 + 15u_{c1} + 12u_{c2})x_w^2 + 5(8 + 3u_{c1})a_\varepsilon x_w + 20a_\varepsilon^2\right]u_{2x} = \left(m_{c2}x_w^2 + m_{c1}x_w + m_{c0}\right)u_{2x}\,; \tag{30}$$

$$\left.\begin{aligned} m_{c2} &= 20 + 15u_{c1} + 12u_{c2} \\ m_{c1} &= 5(8 + 3u_{c1})a_\varepsilon \\ m_{c0} &= 20a_\varepsilon^2 \end{aligned}\right\}. \tag{31}$$

Tempiamos zonos parametrai

Panašiai gaunami tempiamos zonos parametrai. Vertinant tempiamos zonos įtempių diagramą, parametras x_w keičiamas parametru $x_{th} = h + x_w$. Čia x_{th} – tempiamos zonos aukštis. Atkreipiame dėmesį į tai, kad gniuždomos zonos aukštis x_w – neigiamas.

$$\eta_{0\varepsilon t} = \frac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0tm}} = const\ , \tag{32}$$

$$\frac{x_{tm}}{a_\varepsilon + x_w} = \frac{\varepsilon_{0tm}}{\varepsilon_{0\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_{tm}/k_{tm}}{\varepsilon_\varepsilon / k_\varepsilon} = \frac{1}{\eta_{0\varepsilon t}}\ , \tag{33}$$

$$x_{tm} = \frac{\varepsilon_{0tm}}{\varepsilon_{0\varepsilon}}\left(a_\varepsilon + x_w\right), \tag{34}$$

$$\eta_{th} = \frac{x_{th}}{x_{tm}} = \frac{x_{th}}{\frac{\varepsilon_{0tm}}{\varepsilon_{0\varepsilon}}\left(a_\varepsilon + x_w\right)} = \frac{x_{th}\frac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0tm}}}{a_\varepsilon + x_w} = \frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{a_\varepsilon + x_w} = \frac{x_{th}}{a_\varepsilon + x_w}\eta_{0\varepsilon t} = \frac{h + x_w}{a_\varepsilon + x_w}\eta_{0\varepsilon t}\ , \tag{35}$$

$$\left.\begin{aligned} \kappa_{t1} &= c_{t1}\eta_{th} \\ \kappa_{t2} &= c_{t2}\eta_{th}^2 \end{aligned}\right\}, \tag{36}$$

$$\left.\begin{aligned} u_{t1} &= c_{t1}\eta_{0\varepsilon t} \\ u_{t2} &= c_{t2}\eta_{0\varepsilon t}^2 \end{aligned}\right\}, \tag{37}$$

$$\left.\begin{aligned} n_{t2} &= 6 + 4u_{t1} + 3u_{t2} \\ n_{t1} &= 12a_\varepsilon + 4u_{t1}(h + a_\varepsilon) + 6u_{t2}h \\ n_{t0} &= 6a_\varepsilon^2 + 4u_{t1}ha_\varepsilon + 3u_{t2}h^2 \end{aligned}\right\}. \tag{38}$$

$$\begin{aligned} \omega_{nt} &= \frac{1}{2} + \frac{\kappa_{t1}}{3} + \frac{\kappa_{t2}}{4} = \frac{1}{2} + \frac{c_{t1}}{3}\eta_{th} + \frac{c_{t2}}{4}\eta_{th}^2 = \frac{1}{2} + \frac{c_{t1}}{3}\frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{x_w + a_\varepsilon} + \frac{c_{t2}}{4}\left(\frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{x_w + a_\varepsilon}\right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{c_{t1}}{3}\frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{x_w + a_\varepsilon} + \frac{c_{t2}}{4}\frac{(\eta_{0\varepsilon t}x_{th})^2}{(x_w + a_\varepsilon)^2} = \frac{6(x_w + a_\varepsilon)^2 + 4c_{t1}\eta_{0\varepsilon t}x_{th}(x_w + a_\varepsilon) + 3c_{t2}\eta_{0\varepsilon t}^2x_{th}^2}{12(x_w + a_\varepsilon)^2} = \\ &= \frac{6(x_w + a_\varepsilon)^2 + 4u_{t1}x_{th}(x_w + a_\varepsilon) + 3u_{t2}x_{th}^2}{12(x_w + a_\varepsilon)^2} = \left[6(x_w + a_\varepsilon)^2 + 4u_{t1}x_{th}(x_w + a_\varepsilon) + 3u_{t2}x_{th}^2\right]\nu_{2x} = \\ &= \left[6\left(x_w^2 + 2a_\varepsilon x_w + a_\varepsilon^2\right) + 4u_{t1}(x_w + h)(x_w + a_\varepsilon) + 3u_{t2}(x_w + h)^2\right]\nu_{2x} = \\ &= \left[(6 + 4u_{t1} + 3u_{t2})x_w^2 + (12a_\varepsilon + 4u_{t1}h + 4u_{t1}a_\varepsilon + 6u_{t2}h)x_w + \left(6a_\varepsilon^2 + 4u_{t1}ha_\varepsilon + 3u_{t2}h^2\right)\right]\nu_{2x} = \\ &= \left[n_{t2}x_w^2 + n_{t1}x_w + n_{t0}\right]\nu_{2x}\ ; \end{aligned} \tag{39}$$

$$\omega_{mt}=\frac{1}{3}+\frac{\kappa_{t1}}{4}+\frac{\kappa_{t2}}{5}=\frac{1}{3}+\frac{c_{t1}}{4}\eta_{th}+\frac{c_{t2}}{5}\eta_{ht}^2=\frac{1}{3}+\frac{c_{t1}}{4}\,\frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{x_w+a_\varepsilon}+\frac{c_{t2}}{5}\left(\frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{x_w+a_\varepsilon}\right)^2=$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{c_{t1}}{4}\,\frac{\eta_{0\varepsilon t}x_{th}}{x_w+a_\varepsilon}+\frac{c_{t2}}{5}\,\frac{(\eta_{0\varepsilon t}x_{th})^2}{(x_w+a_\varepsilon)^2}=\frac{20(x_w+a_\varepsilon)^2+15c_{t1}\eta_{0\varepsilon t}x_{th}(x_w+a_\varepsilon)+12c_{t2}(\eta_{0\varepsilon t}x_t)^2}{60(x_w+a_\varepsilon)^2}=$$

$$\frac{20(x_w+a_\varepsilon)^2+15u_{t1}x_{th}(x_w+a_\varepsilon)+12u_{t2}x_{th}^2}{60(x_w+a_\varepsilon)^2}=\left[20(x_w+a_\varepsilon)^2+15u_{t1}x_{th}(x_w+a_\varepsilon)+12u_{t2}x_{th}^2\right]u_{2x}=$$

$$=\left[20(x_w^2+2a_\varepsilon x_w+a_\varepsilon^2)+15u_{t1}(x_w+h)(x_w+a_\varepsilon)+12u_{t2}(x_w+h)^2\right]u_{2x}=$$

$$=\left[(20+15u_{t1}+12u_{t2})x_w^2+(40a_\varepsilon+15u_{t1}h+15u_{t1}a_\varepsilon+24u_{t2}h)x_w+\left(20a_\varepsilon^2+15u_{t1}ha_\varepsilon+12u_{t2}h^2\right)\right]u_{2x}=$$

$$=\left[m_{t2}x_w^2+m_{t1}x_w+m_{t0}\right]u_{2x}\,; \tag{40}$$

$$\left.\begin{aligned} m_{t2}&=20+15u_{1t}+12u_{2t}\\ m_{t1}&=40a_\varepsilon+15u_{t1}(h+a_\varepsilon)+24u_{t2}h\\ m_{t0}&=20a_\varepsilon^2+15u_{t1}ha_\varepsilon+12u_{t2}h^2 \end{aligned}\right\}. \tag{41}$$

Surašius parametrų reikšmes į (11) projekcijų lygtį ir į (12) momentų lygtį, gaunamos (42) jėgų ir (43) lenkimo momentų statinės pusiausvyros lygtys:

$$\begin{aligned} &(k_tn_{t2}-k_cn_{c2})x_w^4+\\ &+\left[k_t(n_{t1}+2n_{t2}h)-k_cn_{c1}+12Z_n\right]x_w^3+\\ &+\left[k_t\left(n_{t0}+2n_{t1}h+n_{t2}h^2\right)-k_cn_{c0}+12(2a_\varepsilon Z_n+Z_{na})\right]x_w^2+\\ &+\left[k_t\left(2n_{t0}h+n_{t1}h^2\right)+12a_\varepsilon(a_\varepsilon Z_n+2Z_{na})\right]x_w+\\ &+k_tn_{t0}h^2+12a_\varepsilon^2Z_{na}=0\,; \end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned} &\left[k_t(5n_{t2}-m_{t2})-k_c(5n_{c2}-m_{c2})\right]x_w^5+\\ &+\left\langle k_t\left\{5\left[n_{t1}+n_{t2}(2h+a_a)\right]-m_{t1}-3m_{t2}h\right\}-k_c\left[5(n_{c1}+n_{c2}a_a)-m_{c1}\right]\right\rangle x_w^4+\\ &+\left\langle k_t\left\{5\left[n_{t0}+n_{t1}(2h+a_a)+n_{t2}(h+2a_a)h\right]-m_{t0}-3m_{t1}h-3m_{t2}h^2\right\}-k_c\left[5(n_{c0}+n_{c1}a_a)-m_{c0}\right]+60Z_m\right\rangle x_w^3+\\ &+\left\langle k_t\left\{5\left[n_{t0}(2h+a_a)+n_{t1}(h+2a_a)h+n_{t2}h^2a_a\right]-3m_{t0}h-3m_{t1}h^2-m_{t2}h^3\right\}-5k_cn_{c0}a_a+60(2a_\varepsilon Z_m+Z_{ma})\right\rangle x_w^2+\\ &+\left\langle k_t\left\{5\left[n_{t0}(h+2a_a)h+n_{t1}h^2a_a\right]-3m_{t0}h^2-m_{t1}h^3\right\}+60\left(a_\varepsilon^2Z_m+2a_\varepsilon Z_{ma}\right)\right\rangle x_w+\\ &+k_t\left(5n_{t0}h^2a_a-m_{t0}h^3\right)+60a_\varepsilon^2Z_{ma}=0\,. \end{aligned} \tag{43}$$

2. Metodo praktinio taikymo pavyzdžiai

Priklausomai nuo skaičiavimo tikslo, pirmiausia iš (42) arba (43) lygčių apskaičiuojama neutraliosios ašies padėtis, t.y. x_w reikšmė. Tam iš anksto reikia žinoti elemento kokio nors sluoksnio deformacijas ε_ε ir $\varepsilon_{0\varepsilon}$. Toliau, jeigu žinomas armavimas, iš (43) galima apskaičiuoti lenkimo momentą M; jeigu žinomas M, iš (42) galima apskaičiuoti armavimą, pvz. A_s; jeigu žinomi armavimas ir lenkimo momentas M, iš (42) lygties galima apskaičiuoti A_s armatūros įtempį σ_s, pvz. pjūvyje tarp plyšių.

Gelžbetoninės sijos plyšimo momento apskaičiavimo pavyzdys

Pavyzdžiui, reikia apskaičiuoti 2 pav. parodyto skerspjūvio sijos plyšimo momentą M_{cr}, kai $\Sigma(P_i\nu_{Si}/\nu_{pi})=0$ ir $N=0$.

Pradiniai duomenys. Sijos matmenys: $b=0.20$ m, $h=0.50$ m, $d=0.46$ m. C25/30 stiprio klasės betono $\sigma_{c1}=f_{cm}=-33$ MPa, $\varepsilon_{c1}=-2.0694$ ‰, $\varepsilon_{cu1}=-3.5$ ‰; $f_{ctm}=2.565$ MPa, $E_{cm}=31.476$ GPa, $E_c=1.1E_{cm}=1.1\cdot31.476=34.623$ GPa, $\varepsilon_{ctm,\lim}=2\cdot2.5650/34.623=0.14817$ ‰. $S400$ klasės armatūros $f_s=f_{sk}=400$ MPa, $E_s=200$ GPa, $A_s=14.681\cdot10^{-4}$ m², $\rho_l=14.681\cdot100/(20\cdot46)=1.596$ %,

$\alpha_{es} = E_s / E_c = 200/34.623 = 5.7765$, $\alpha_{es} A_s = 5.7765 \cdot 14.681 \cdot 10^{-4} = 84.8048 \cdot 10^{-4} m^2 \cong 84.80 \cdot 10^{-4}$ m^2,
$\Sigma k_{si} \alpha_{esi} A_{si} \nu_{Si} = k_s \alpha_{es} A_s \nu_S = 1 \cdot 84.8048 \cdot 1 = 84.8048 \cdot 10^{-4}$ m^2.

Tegul $k_c = k_t = k_s = k_\varepsilon = 1$, $a_\varepsilon = 0.50$ m, $a_a = a_s = d = 0.46$ m, $\varepsilon_{0\varepsilon} = \varepsilon_\varepsilon = \varepsilon_{ctm,\lim} = 0.14817$ ‰, $\varepsilon_{0cm} = \varepsilon_{c1} = -2.0694$ ‰.

Gniuždomos betono zonos parametrai:

iš (16) $\nu_{c1} = \dfrac{\sigma_{c1}}{E_c \varepsilon_{c1}} = \dfrac{-33}{34.623 \cdot (-2.0694)} = 0.4606$;

iš (15) $c_{c1} = 3\nu_{c1} - 2 = 3 \cdot 0.4606 - 2 = -0.6182$ ir $c_{c2} = 1 - 2\nu_{c1} = 1 - 2 \cdot 0.4606 = 0.07880$;

iš (21) $\eta_{0\varepsilon c} = \dfrac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0cm}} = \dfrac{0.14817}{-2.0694} = -0.07160$;

iš (23) $u_{c1} = c_{c1}\eta_{0\varepsilon c} = -0.6182 \cdot (-0.07160) = 0.04426$ ir $u_{c2} = c_{c2}\eta_{0\varepsilon c}^2 = 0.07880 \cdot (-0.07160)^2 = 0.0004040$;

iš (24) $n_{c2} = 6 + 4u_{c1} + 3u_{c2} = 6 + 4 \cdot 0.04426 + 3 \cdot 0.0004040 = 6.1783$,

$n_{c1} = 4 \cdot (3 + u_{c1}) a_\varepsilon = 4 \cdot (3 + 0.04426) \cdot 0.500 = 6.0885$ m ir $n_{c0} = 6a_\varepsilon^2 = 6 \cdot 0.500^2 = 1.5000$ m^2;

iš (31) $m_{c2} = 20 + 15u_{c1} + 12u_{c2} = 20 + 15 \cdot 0.04426 + 12 \cdot 0.0004040 = 20 + 0.6639 + 0.004848 = 20.6687$,

$m_{c1} = 5(8 + 3u_{c1}) a_\varepsilon = 5 \cdot (8 + 3 \cdot 0.04426) a_\varepsilon = 5 \cdot (8 + 0.1356) \cdot 0.500 = 20.3320$ m ir

$m_{c0} = 20a_\varepsilon^2 = 20 \cdot 0.500^2 = 20 \cdot 0.250 = 5.000$ m^2.

Tempiamos betono zonos parametrai. Tegul: $\varepsilon_{t1} = \varepsilon_{0tm} = \dfrac{2.5650}{0.4606 \cdot 34.623} = 0.16084$ ‰, t.y. $\nu_{t1} = \nu_{c1} = \dfrac{\sigma_{t1}}{E_c \varepsilon_{t1}} = \dfrac{2.5650}{34.623 \cdot 0.16084} = 0.4606$; tuomet iš (15) $c_{t1} = c_{c1} = -0.6182$ ir $c_{t2} = c_{c2} = 0.07880$;

iš (32) $\eta_{0\varepsilon t} = \dfrac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0tm}} = \dfrac{0.14817}{0.16084} = 0.92123$;

iš (37) $u_{t1} = c_{c1}\eta_{0\varepsilon t} = -0.6182 \cdot 0.92123 = -0.5695$ ir $u_{t2} = c_{c2}\eta_{0\varepsilon t}^2 = 0.07880 \cdot (0.92123)^2 = 0.06687$;

iš (38) $n_{t2} = 6 + 4u_{t1} + 3u_{t2} = 6 + 4 \cdot (-0.5695) + 3 \cdot 0.06687 = 3.9226$,

$n_{t1} = 12a_\varepsilon + 4u_{t1}(h + a_\varepsilon) + 6u_{t2}h = 12 \cdot 0.50 + 4 \cdot (-0.5695)(0.50 + 0.50) + 6 \cdot 0.06687 \cdot 0.50 = 3.9226$ m ir

$n_{t0} = 6a_\varepsilon^2 + 4u_{t1}ha_\varepsilon + 3u_{t2}h^2 = 6 \cdot 0.50^2 + 4 \cdot (-0.5695) \cdot 0.50 \cdot 0.50 + 3 \cdot 0.06687 \cdot 0.50^2 = 0.9807$ m^2;

iš (41) $m_{t2} = 20 + 15u_{1t} + 12u_{2t} = 20 + 15 \cdot (-0.5695) + 12 \cdot 0.06687 = 20 - 8.5425 + 0.8024 = 12.2599$,

$m_{t1} = 40a_\varepsilon + 15u_{t1}(h + a_\varepsilon) + 24u_{t2}h = 40 \cdot 0.50 + 15 \cdot (-0.5695)(0.50 + 0.50) + 24 \cdot 0.06687 \cdot 0.50 = 12.2599$

m ir $m_{t0} = 20a_\varepsilon^2 + 15u_{t1}ha_\varepsilon + 12u_{t2}h^2 = 20 \cdot 0.50^2 + 15 \cdot (-0.5695) \cdot 0.50 \cdot 0.50 + 12 \cdot 0.06687 \cdot 0.50^2 =$
$= 5.0 - 2.1356 + 0.2006 = 3.0650$ m^2.

Iš (7) $Z_n \dfrac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}}{b} = \dfrac{k_s \alpha_{es} A_s \nu_S}{b} = \dfrac{84.80 \cdot 10^{-4}}{0.20} = 0.04240$ m.

Iš (8) $Z_{na} = \dfrac{\Sigma k_{si}\alpha_{esi}A_{si}\nu_{Si}a_{si}}{b} = \dfrac{k_s \alpha_{es} A_s \nu_S a_s}{b} = \dfrac{84.80 \cdot 10^{-4} \cdot 0.46}{0.20} = 0.01950$ m^2.

Surašius parametrų reikšmes į (42), gaunama:

$$\begin{aligned}
&(3.9226 - 6.1783)x_w^4 + \\
&+ (3.9226 + 2 \cdot 3.9226 \cdot 0.50 - 6.0885 + 12 \cdot 0.04240)x_w^3 + \\
&(0.9807 + 2 \cdot 3.9226 \cdot 0.50 + 3.9226 \cdot 0.50^2 - 1.5000 + 24 \cdot 0.04240 \cdot 0.50 + 12 \cdot 0.01950)x_w^2 + \\
&+ (2 \cdot 0.9807 \cdot 0.50 + 3.9226 \cdot 0.50^2 + 12 \cdot 0.04240 \cdot 0.50^2 + 24 \cdot 0.01950 \cdot 0.50)x_w + \\
&+ 0.9807 \cdot 0.50^2 + 12 \cdot 0.01950 \cdot 0.50^2 = 0;
\end{aligned}$$

$$-2.2557x_w^4 + 2.2655x_w^3 + 5.1268x_w^2 + 2.3226x_w + 0.3037 = 0;$$

$x_{w1} = -0.495601$ m, $x_{w2} = -0.489968$ m, $x_{w3} = -0.247778$ m, $x_{w4} = 2.237692$ m.

Akivaizdu, kad lenkiamo elemento reali reikšmė $x_w = x_{w3} = -0.247778$ m $\cong -0.2478$ m.

Jeigu elementas būtų nearmuotas, tai būtų $Z_n = Z_{na} = 0$ *ir:*

$$\begin{aligned}&(3.9226-6.1783)x_w^4+\\&+(3.9226+2\cdot 3.9226\cdot 0.50-6.0885+12\cdot 0)x_w^3+\\&(0.9807+2\cdot 3.9226\cdot 0.50+3.9226\cdot 0.50^2-1.5000+24\cdot 0\cdot 0.50+12\cdot 0)x_w^2+\\&+(2\cdot 0.9807\cdot 0.50+3.9226\cdot 0.50^2+12\cdot 0\cdot 0.50^2+24\cdot 0\cdot 0.50)x_w+\\&+0.9807\cdot 0.50^2+12\cdot 0\cdot 0.50^2=0;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(3.9226-6.1783)x_w^4+\\&+(3.9226+2\cdot 3.9226\cdot 0.50-6.0885)x_w^3+\\&+(0.9807+2\cdot 3.9226\cdot 0.50+3.9226\cdot 0.50^2-1.50)x_w^2+\\&+(2\cdot 0.9807\cdot 0.50+3.9226\cdot 0.50^2)x_w+\\&+0.9807\cdot 0.50^2=0;\end{aligned}$$

$$-2.2557x_w^4+1.7567x_w^3+4.3840x_w^2+1.9614x_w+0.2452=0$$

Nearmuoto elemento $x_w=-0.225095\ \mathrm{m}\ \ m\cong -0.2251\ \mathrm{m}$.

Plyšimo momento M_{cr} reikšmę galima apskaičiuoti *keliais būdais*.

Pirmas būdas. Įvertinant tai, kad $a_a-a_{si}=a_a-a_s=0.46-0.46=0$, iš (9) ir (10) gaunama:

$$Z_m=\frac{M}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}=\frac{M}{0.20\cdot 34.623\cdot 0.14817\cdot 10^6/1}=\frac{10^{-6}M}{1.02602}=0.9746\cdot 10^{-6}M\ \text{, m;}$$

$$Z_m=\frac{M}{bE\varepsilon_\varepsilon/k_\varepsilon}a_\varepsilon=Z_m\cdot a_\varepsilon=0.9746\cdot 10^{-6}M\cdot 0.50=0.4873\cdot 10^{-6}M\ \text{, m}^2.$$

Surašius parametrų reikšmes į (43), gaunama $M_{cr1}=41.06$ kN·m.

Antras būdas. Iš (27) ir (28):

$$v_{2x}=1/12w_x^2=1/12(x_w+a_\varepsilon)^2=1/12\cdot(-0.2478+0.50)^2=1/12\cdot 0.2522^2=1.3102\ ,$$

$$u_{2x}=v_{2x}\ /\ 5=1.3102\ /\ 5=0.2620\ .$$

Iš (29), (30), (39) ir (40):

$$\omega_{nc}=(n_{c2}x_w^2+n_{c1}x_w+n_{c0})v_{2x}=[6.1783\cdot(-0.2478)^2+6.0885\cdot(-0.2478)+1.5000]\cdot 1.3102=0.4855\ ,$$

$$\omega_{mc}=(m_{c2}x_w^2+m_{c1}x_w+m_{c0})u_{2x}=[20.6687\cdot(-0.2478)^2+20.3320\cdot(-0.2478)+5.0000]\cdot\frac{1.3102}{5}=0.3225\ ,$$

$$\omega_{nt}=(n_{t2}x_w^2+n_{t1}x_w+n_{t0})v_{2x}=[3.9226\cdot(-0.2478)^2+3.9226\cdot(-0.2478)+0.9807]\cdot 1.3102=0.3270\ ,$$

$$\omega_{mt}=(m_{t2}x_w^2+m_{t1}x_w+m_{t0})u_{2x}=[12.2599\cdot(-0.2478)^2+12.2599\cdot(-0.2478)+3.0650]\cdot\frac{1.3102}{5}=0.2043\ .$$

Iš (21) ir (32):

$$\eta_{0\varepsilon c}=\frac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0cm}}=\frac{0.14817}{-2.0694}=-0.07160\ \text{ ir }\ \eta_{0\varepsilon t}=\frac{\varepsilon_{0\varepsilon}}{\varepsilon_{0tm}}=\frac{0.14817}{0.16084}=0.92123\ .$$

Iš (20) ir (35):

$$\eta_{cw}=\frac{\eta_{0\varepsilon c}x_w}{a_\varepsilon+x_w}=-0.07160\cdot\frac{-0.2478}{-0.2478+0.5000}=-0.07160\cdot\frac{-0.2478}{0.2522}=(-0.07160)\cdot(-0.9826)=0.07035\ ,$$

$$\eta_{th}=\frac{h+x_w}{a_\varepsilon+x_w}\eta_{0\varepsilon t}=0.92123\frac{-0.2478+0.5000}{-0.2478+0.5000}\cdot 0.92123=0.92123\ .$$

Kadangi pavyzdyje $\nu_{t1}=\nu_{c1}=\dfrac{\sigma_{t1}}{E_c\varepsilon_{t1}}=\dfrac{2.565}{34.623\cdot 0.16084}=0.4606$, tai ir

$c_{t1}=c_{c1}=3\nu_{c1}-2=3\cdot 0.4606-2=-0.6182$, $c_{t2}=c_{c2}=1-2\nu_{c1}=1-2\cdot 0.4606=0.07880$.

Iš (22) $\kappa_{c1}=c_{c1}\eta_c=-0.6182\cdot 0.07035=-0.04349$ ir $\kappa_{c2}=c_{c2}\eta_c^2=0.07880\cdot 0.07035^2=0.0003900$.

Iš (25) $\omega_{nc}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{c_{c1}}{3}\eta_c+\dfrac{c_{c2}}{4}\eta_c^2=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\kappa_{c1}}{3}+\dfrac{\kappa_{c2}}{4}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{-0.04349}{3}+\dfrac{0.0003900}{4}=0.4856$.

Iš (30) $\omega_{mc} = \frac{1}{3} + \frac{c_{c1}}{4}\eta_c + \frac{c_{c2}}{5}\eta_c^2 = \frac{1}{3} + \frac{\kappa_{c1}}{4} + \frac{\kappa_{c2}}{5} = \frac{1}{3} + \frac{-0.04349}{4} + \frac{0.0003900}{5} = 0.3225$.

Iš (36) $\kappa_{t1} = c_{t1}\eta_t = -0.6182 \cdot 0.92123 = -0.5695$ ir $\kappa_{t2} = c_{t2}\eta_t^2 = 0.07880 \cdot 0.92123^2 = 0.06687$.

Iš (39) $\omega_{nt} = \frac{1}{2} + \frac{c_{t1}}{3}\eta_t + \frac{c_{t2}}{4}\eta_t^2 = \frac{1}{2} + \frac{\kappa_{t1}}{3} + \frac{\kappa_{t2}}{4} = \frac{1}{2} + \frac{-0.5695}{3} + \frac{0.06687}{4} = 0.3269 \cong 0.3270$.

Iš (40) $\omega_{mt} = \frac{1}{3} + \frac{c_{t1}}{4}\eta_t + \frac{c_{t2}}{5}\eta_t^2 = \frac{1}{3} + \frac{\kappa_{t1}}{4} + \frac{\kappa_{t2}}{5} = \frac{1}{3} + \frac{-0.5695}{4} + \frac{0.06687}{5} = 0.2043$.

Iš (12) $M_{cr} = M = 41.06 kN \cdot m$.

Nearmuotam elementui analogiškai gaunama $M_{cr} = M_{crb} = 33.14$ kN·m.

Palyginimui žemiau $M_{cr} = M_{crt}$ apskaičiuojamas tradiciniu būdu.

$A = bh = 0.200 \cdot 0.500 = 0.100$ m².

$\alpha_{es} = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{34.623} = 5.7765$; $\alpha_e A_s = 5.7765 \cdot 14.681 \cdot 10^{-4} = 84.80 \cdot 10^{-4} m^2 = 0.008480$ m²;

$A_{eff} = A + \alpha_e A_s = 0.100 + 0.008480 = 0.10848$ m²;

$S_{eff} = A\frac{h}{2} + \alpha_e A_s (h - a_s) = 0.100 \cdot 0.25 + 84.80 \cdot 10^{-4} \cdot 0.040 = 0.02500 + 0.0003392 = 0.02534$ m³;

$y_0 = \frac{0.02534}{0.10848} = 0.2336$ m;

$$I_{eff} \cong \frac{bh^3}{12} + A\left(y_0 - \frac{h}{2}\right)^2 + \alpha_e A_s (y_0 - h - a_s)^2 =$$

$$= \frac{0.200 \cdot 0.500^3}{12} + 0.100 \cdot \left(0.2336 - \frac{0.500}{2}\right)^2 + 0.008480 \cdot (0.2336 - 0.500 + 0.460)^2 = 0.002428 \text{ m}^4;$$

$W_{eff} = \frac{I_{eff}}{y_0} = \frac{0.002428}{0.2336} = 0.010394$ m³; $W_{pl} \cong \gamma_{pl} W_{eff} = 1.75 \cdot 0.010394 = 0.018190$ m³;

$M_{crt} = f_{ctm} W_{pl} = 2.5650 \cdot 0.018190 = 0.4666$ MN·m $= 46.66$ kN·m.

$\Delta M = \frac{M_{crt} - M_{cr}}{M_{cr}} \cdot 100 = \frac{46.66 - 41.06}{41.06} \cdot 100 = 13.64$ %.

Išvada

Kai iš anksto žinomos stačiakampio skerspjūvio strypinio elemento kokio nors sluoksnio deformacijos ε_ε ir $\varepsilon_{0\varepsilon}$, tai įtempių-deformacijų būvio statmename pjūvyje parametrus daugeliu atvejų galima apskaičiuoti tiesiogiai (be nuoseklaus artėjimo) iš (42) ir (43) statinės pusiausvyros lygčių. Šiose lygtyse įtempių diagramoms aprašyti panaudotos trečiojo laipsnio kreivės (13). Bendruoju atveju elementas turi būti be plyšių. Tačiau aukščiau minimus parametrus galima apskaičiuoti ir ruožuose tarp statmenųjų plyšių. Kai pagrindinės medžiagos (pvz. betono) įtempių nepaisoma, formulės tinka ir tuomet, kai nagrinėjami pjūviai yra statmenųjų plyšių vietoje.

Literatūra

1. Židonis, I. (2007). Alternative method for the calculation of stress-strain state parameters in normal sections of structural members. *Mechanika, 5(67)*. Kaunas: Technologija, p.24-32.
2. Židonis, I. (2007). A simple-to-integrate formula of stress as a function of strain in concrete and its description procedure. *Mechanika, 4(66)*. Kaunas: Technologija, p.23-30.
3. Židonis, I. (2007). Method for calculation of stress-strain state parameters in normal sections of structural members. *The 9th International conference. Modern Building Materials, Structures and Techniques (May 16-18, 2007, Vilnius, Lithuania). Selected papers, Vol II. Edited by M.J.Skibniewski, P.Vainiūnas and E.K.Zavadskas*. Vilnius: Technika, p.841-850.
4. Židonis, I., Venckevičius, V. (2007). Simplified variant of easily integratable stress-strain relationship for concrete. *Journal of Applied Research. Official journal of Lithuanian Applied Sciences Academy (LTMA mokslo darbai), 4*. Klaipėda: KU leidykla, p. 71-77.

SIMPLIFIED METHOD FOR THE DIRECT CALCULATION OF STRESS-STRAIN STATE PARAMETERS IN NORMAL RIGHT-ANGLED SECTIONS OF STRUCTURAL MEMBERS

Ipolitas Židonis

S u m m a r y

The present paper is a continuation of paper [1]. The paper presents a methodology and formulae enabling direct calculations (without successive approximations cycles). Curvilinear material stress diagrams are employed. The formulae have been devised for the calculation of stress-strain state parameters at normal sections of structural members. They are applicable for both crack-less members (e.g. for the calculation of the cracking moment) and for the calculation of sections between cracks of members with cracks (for the calculation of the stress-strain parameters of reinforced members, to establish the deviation of the deformation of the reinforcement from the plane sections). It is also possible to disregard the stresses. When the stresses of the tensile zone of the members are disregarded, the formulae are also applicable to the sections located near the crack (for the calculation of the breaking moment or the reinforcement). The direct calculation is possible when the strain ε_ε of any of the layers is known. In other cases, the calculations have to be repeated.

The present paper presents only a part of the work done. It presents the case when curvilinear stress diagrams of the third degree are employed. Further papers will present formulae employing the more general fifth degree curvilinear stress diagrams or the ones employing the non-curvilinear stress diagrams or the ones devised for the calculation of parameters at sections near the crack or when the members are with flanges.

Gauta 2009 03 05

Spausdinti rekomendavo: doc. dr. M. Pelikša ir doc. dr. K. Šleževičius